

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ**  
**МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП**

**8 класс**

**Решения задач.**

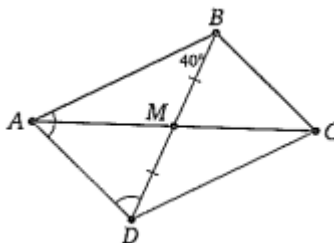
8.1. Пусть «X» - цифра, которая в номере билета встречается пять раз. «У», цифра, отличная от остальных пяти. Возможные форматы представления номера счастливого билета: UXXXXX, XUXXXX, XXUXXX, XXXUXX, XXXXUX, XXXX XU. Т.е. возможных вариантов шесть. В каждом из этих вариантов, отличную от пяти остальных цифру, можно выбрать 10 различными вариантами, после чего, остается 9 вариантов выбора пять одинаковых цифр. Тогда всего, комбинаций  $10 \cdot 9 = 90$ . С учетом шести возможных форматов представления номера счастливого билета, вариантов  $90 \cdot 6 = 540$ .

Ответ: 540.

8.2. К моменту третьей встречи велосипедисты в сумме проехали 3 круга, причём каждый проехал целое число кругов. Значит, первый проехал два круга, а второй – один. Следовательно, второй тратил на круг вдвое больше времени, чем первый. Разность равна времени первого, т.е. он проезжает круг за 45 секунд. К моменту первой встречи он проехал  $\frac{2}{3}$  круга и потратил на это 30 секунд.

Ответ: 30 секунд.

8.3. Продлим медиану BM за точку M на её длину и получим точку D. Так как  $AB = 2BM$ , т.е. треугольник ABD равнобедренный. Следовательно,  $\angle BAD = \angle BDA = (180^\circ - 40^\circ) : 2 = 70^\circ$ .



Четырёхугольник ABCD является параллелограммом, так как его диагонали точкой пересечения делятся пополам. Значит,  $\angle CBD = \angle ADB = 70^\circ$ . Тогда  $\angle ABC = \angle ABD + \angle CBD = 110^\circ$ .

Ответ:  $110^\circ$ .

8.4. Занумеруем по порядку спортсменов в шеренге и рассмотрим первых 20 спортсменов. Разобьём их на пары с номерами, различающимися на 10:  $(a, 10 + a)$ ,  $1 \leq a \leq 10$ . По условию в каждой такой паре не более одного спортсмена в красном костюме. Поэтому среди первых 20 спортсменов не более 10 одеты в красные костюмы. Рассуждая аналогично, получаем такое же утверждение и для остальных групп по 20 спортсменов: 21 – 40, 41 – 60, 61 – 80, 81 – 100. Следовательно, в красные костюмы одеты не более 50 спортсменов.

8.5. Числа  $m^2 + m + 1 = m(m + 1) + 1$  и  $n^2 - n + 1 = n(n - 1) + 1$  нечетны, следовательно, разность их квадратов всегда четное число, а число 2023 – нечетное. Следовательно, целых  $m$  и  $n$ , удовлетворяющих условию, не существует.

Ответ: нет.